

液体粘滞系数的测量实验

当液体内部各部分之间有相对运动时，接触面之间存在内摩擦力，阻碍液体的相对运动，这种性质称为液体的粘滞性，液体的内摩擦力称为粘滞力。粘滞力的大小与接触面面积以及接触面处的速度梯度成正比，比例系数 η 称为粘度（或粘滞系数）。

对液体粘滞性的研究在流体力学，化学化工，医疗，水利等领域都有广泛的应用，例如人体血液粘度增加会使供血和供氧不足，引起心脑血管疾病；在用管道输送液体时要根据输送液体的流量，压力差，输送距离及液体粘度，设计输送管道的口径。

测量液体粘度可用落球法，毛细管法，转筒法等方法，其中落球法适用于测量粘度较高的液体。粘度的大小取决于液体的性质与温度，温度升高，粘度将迅速减小。例如对于蓖麻油，在室温附近温度改变 1°C ，粘度值改变约 10%。因此，测定液体在不同温度的粘度有很大的实际意义，欲准确测量液体的粘度，必须精确控制液体温度。

一、实验目的：

1. 观察液体的内摩擦现象，掌握用落球法测粘滞系数的原理和方法。
2. 了解 PID 温度控制的原理。
3. 测量不同温度下蓖麻油的粘滞系数，研究液体粘滞系数在不同温度下的变化规律。

二、实验仪器：

落球法变温粘滞系数实验仪，ZKY-PID 温控实验仪，停表，螺旋测微器，钢球若干

1. 落球法变温粘度测量仪

变温粘度仪的外型如图 1 所示。待测液体装在细长的样品管中，能使液体温度较快的与加热水温达到平衡，样品管壁上有刻度线，便于测量小球下落的距离。样品管外的加热水套连接到温控仪，通过热循环水加热样品。底座下有调节螺钉，用于调节样品管的铅直。

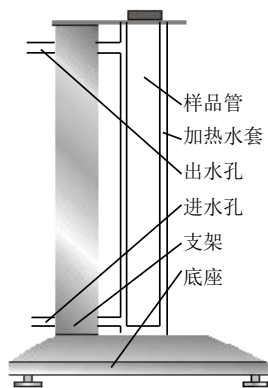


图1 变温粘度仪

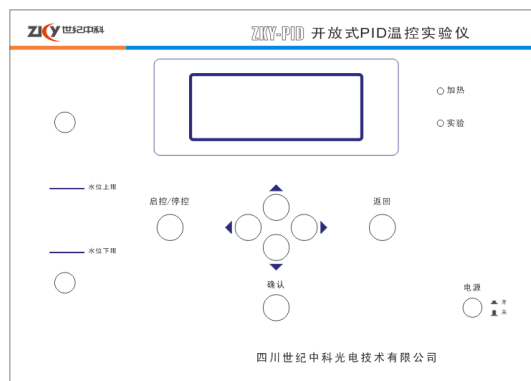


图2 温控实验仪面板

2. 开放式PID 温控实验仪

温控实验仪包含水箱，水泵，加热器，控制及显示电路等部分。

本温控试验仪内置微处理器，带有液晶显示屏，具有操作菜单化，能显示温控过程的温度变化曲线和功率变化曲线及温度和功率的实时值，能存储温度及功率变化曲线，控制精度高等特点，仪器面板如图2所示。

开机后，水泵开始运转，显示屏显示操作菜单，可选择工作方式，输入序号及室温，设定温度及PID参数。使用◀▶键选择项目，▲▼键设置参数，按确认键进入下一屏，按返回键返回上一屏。

进入测量界面后，屏幕上方的数据栏从左至右依次显示序号，设定温度，初始温度，当前温度，当前功率，调节时间等参数。图形区以横坐标代表时间，纵坐标代表温度（以及功率），并可用▲▼键改变温度坐标值。仪器每隔15秒采集1次温度及加热功率值，并将采集的数据标示在图上。温度达到设定值并保持两分钟温度波动小于0.1度，仪器自动判定达到平衡，并在图形区右边显示过渡时间 t_s ，动态偏差 σ ，静态偏差 e 。一次实验完成退出时，仪器自动将屏幕按设定的序号存储（共可存储10幅），以供必要时查看，分析，比较。

3. 停表

PC396 电子停表具有多种功能。按功能转换键，待显示屏上方出现符号-----且第1和第6、7短横线闪烁时，即进入停表功能。此时按开始/停止键可开始或停止记时，多次按开始/停止键可以累计记时。一次测量完成后，按暂停/回零键使数字回零，准备进行下一次测量。

三、实验原理：

1. 落球法测定液体的粘度

一个在静止液体中下落的小球受到重力、浮力和粘滞阻力 3 个力的作用，如果小球的速度 v 很小，且液体可以看成在各方向上都是无限广阔的，则从流体力学的基本方程可以导出表示粘滞阻力的斯托克斯公式：

$$F = 3\pi\eta v d \quad (1)$$

(1) 式中 d 为小球直径。由于粘滞阻力与小球速度 v 成正比，小球在下落很短一段距离后（参见附录的推导），所受 3 力达到平衡，小球将以 v_0 匀速下落，此时有：

$$\frac{1}{6}\pi d^3(\rho - \rho_0)g = 3\pi\eta v_0 d \quad (2)$$

(2) 式中 ρ 为小球密度， ρ_0 为液体密度。由 (2) 式可解出粘度 η 的表达式：

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{18v_0} \quad (3)$$

本实验中，小球在直径为 D 的玻璃管中下落，液体在各方向无限广阔的条件不满足，此时粘滞阻力的表达式可加修正系数 $(1+2.4d/D)$ ，而 (3) 式可修正为：

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{18v_0(1+2.4d/D)} \quad (4)$$

当小球的密度较大，直径不是太小，而液体的粘度值又较小时，小球在液体中的平衡速度 v_0 会达到较大的值，奥西思-果尔斯公式反映出了液体运动状态对斯托克斯公式的影响：

$$F = 3\pi\eta v_0 d \left(1 + \frac{3}{16}\text{Re} - \frac{19}{1080}\text{Re}^2 + \dots\right) \quad (5)$$

其中， Re 称为雷诺数，是表征液体运动状态的无量纲参数。

$$\text{Re} = v_0 d \rho_0 / \eta \quad (6)$$

当 Re 小于 0.1 时，可认为 (1)、(4) 式成立。当 $0.1 < \text{Re} < 1$ 时，应考虑 (5) 式中 1 级修正项的影响，当 Re 大于 1 时，还须考虑高次修正项。

考虑 (5) 式中 1 级修正项的影响及玻璃管的影响后，粘度 η_1 可表示为：

$$\eta_1 = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{18v_0(1+2.4d/D)(1+3\text{Re}/16)} = \eta \frac{1}{1+3\text{Re}/16} \quad (7)$$

由于 $3\text{Re}/16$ 是远小于 1 的数，将 $1/(1+3\text{Re}/16)$ 按幂级数展开后近似为 $1-3\text{Re}/16$ ，(7) 式又可表示为：

$$\eta_1 = \eta - \frac{3}{16}v_0 d \rho_0 \quad (8)$$

已知或测量得到 ρ 、 ρ_0 、 D 、 d 、 v 等参数后，由 (4) 式计算粘度 η ，再由 (6) 式计算 Re ，

若需计算 Re 的 1 级修正，则由 (8) 式计算经修正的粘度 η_1 。

在国际单位制中， η 的单位是 $\text{Pa}\cdot\text{s}$ （帕斯卡·秒），在厘米，克，秒制中， η 的单位是 P （泊）或 cP （厘泊），它们之间的换算关系是：

$$1\text{Pa}\cdot\text{s} = 10\text{P} = 1000\text{cP} \quad (9)$$

2. PID 调节原理

PID 调节是自动控制系统中应用最为广泛的一种调节规律，自动控制系统的原理可用图 3 说明。

假如被控量与设定值之间有偏差 $e(t) = \text{设定值} - \text{被控量}$ ，调节器依据 $e(t)$ 及一定的调节规律输出调节信号 $u(t)$ ，执行单元按 $u(t)$ 输出操作量至被控对象，使被控量逼近直至最后等于设定值。调节器是自动控制系统的指挥机构。

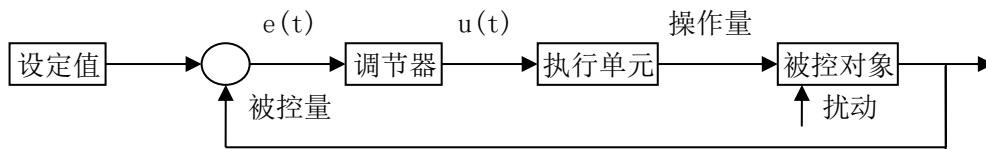


图 3 自动控制系统框图

在我们的温控系统中，调节器采用 PID 调节，执行单元是由可控硅控制加热电流的加热器，操作量是加热功率，被控对象是水箱中的水，被控量是水的温度。

PID 调节器是按偏差的比例 (proportional)，积分 (integral)，微分 (differential)，进行调节，其调节规律可表示为：

$$u(t) = K_P \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (10)$$

式中第一项为比例调节， K_P 为比例系数。第二项为积分调节， T_I 为积分时间常数。第三项为微分调节， T_D 为微分时间常数。

PID 温度控制系统在调节过程中温度随时间的一般变化关系可用图 4 表示，控制效果可用稳定性，准确性和快速性评价。

系统重新设定（或受到扰动）后经过一定的过渡过程能够达到新的平衡状态，则为稳定的调节过程；若被控量反复振荡，甚至振幅越来越大，则为不稳定调节过程，不稳定调节过程是有害而不能采用的。准确性可用被调量的动态偏差和静态偏差来衡量，二者越小，准确

性越高。快速性可用过渡时间表示，过渡时间越短越好。实际控制系统中，上述三方面指标常常是互相制约，互相矛盾的，应结合具体要求综合考虑。

由图 4 可见，系统在达到设定值后一般并不能立即稳定在设定值，而是超过设定值后经一定的过渡过程才重新稳定，产生超调的原因可从系统惯性，传感器滞后和调节器特性等方面予以说明。系统在升温过程中，

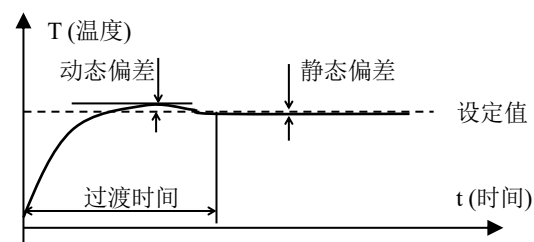


图 4 PID 调节系统过渡过程

加热器温度总是高于被控对象温度，在达到设定值后，即使减小或切断加热功率，加热器存储的热量在一定时间内仍然会使系统升温，降温有类似的反向过程，这称之为系统的热惯性。传感器滞后是指由于传感器本身热传导特性或是由于传感器安装位置的原因，使传感器测量到的温度比系统实际的温度在时间上滞后，系统达到设定值后调节器无法立即作出反应，产生超调。对于实际的控制系统，必须依据系统特性合理整定 PID 参数，才能取得好的控制效果。

由（10）式可见，比例调节项输出与偏差成正比，它能迅速对偏差作出反应，并减小偏差，但它不能消除静态偏差。这是因为任何高于室温的稳态都需要一定的输入功率维持，而比例调节项只有偏差存在时才输出调节量。增加比例调节系数 K_p 可减小静态偏差，但在系统有热惯性和传感器滞后时，会使超调加大。

积分调节项输出与偏差对时间的积分成正比，只要系统存在偏差，积分调节作用就不断积累，输出调节量以消除偏差。积分调节作用缓慢，在时间上总是滞后于偏差信号的变化。增加积分作用（减小 T_i ）可加快消除静态偏差，但会使系统超调加大，增加动态偏差，积分作用太强甚至会使系统出现不稳定状态。

微分调节项输出与偏差对时间的变化率成正比，它阻碍温度的变化，能减小超调量，克服振荡。在系统受到扰动时，它能迅速作出反应，减小调整时间，提高系统的稳定性。

PID 调节器的应用已有一百多年的历史，理论分析和实践都表明，应用这种调节规律对许多具体过程进行控制时，都能取得满意的结果。

四、实验内容与步骤

1. 检查仪器后面的水位管，将水箱水加到适当值

平常加水从仪器顶部的注水孔注入。若水箱排空后第 1 次加水，应该用软管从出水孔将水经水泵加入水箱，以便排出水泵内的空气，避免水泵空转（无循环水流出）或发出嗡鸣声。

2. 设定 PID 参数

本仪器的 PID 的参数已经是通过理论分析和大量的实验得到的一个最符合本仪器的参数, 已经达到最佳控制, 故不可调节。

3. 测定小球直径

由(6)式及(4)式可见,当液体粘度及小球密度一定时,雷诺数 $Re \propto d^3$ 。在测量蓖麻油的粘度时建议采用直径 1~2mm 的小球,这样可不考虑雷诺修正或只考虑 1 级雷诺修正。

用螺旋测微器测定小球的直径 d ，将数据记入表 1 中。

4. 测定小球在液体中下落速度并计算粘度

温控仪温度达到设定值后再等约 10 分钟，使样品管中的待测液体温度与加热水温完全一致，才能测液体粘度。

用挖油勺盛住小球沿样品管中心轻轻放入液体，观察小球是否一直沿中心下落，若样品管倾斜，应调节其铅直。测量过程中，尽量避免对液体的扰动。

用停表测量小球落经一段距离的时间 t ，每个温度点都要进行 5 次的测量，并计算小球速度 v_0 ，用 (4) 或 (8) 式计算粘度 η ，记入表 2 中。

实验全部完成后，用磁铁将小球吸引至样品管口，用挖油勺挖入蓖麻油中保存，以备下次实验使用。

五、测量记录与数据处理

1. 用螺旋测微器测定小球的直径 d ，将数据记入表 1 中。

表 1 小球的直径

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	平均值
d (10^{-3}m)									

2. 列表记录不同温度下小球的下落时间并计算液体的粘滞系数。

表 2 粘度的测定

$$\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_0 = 0.95 \times 10^3 \text{kg/m}^3$$

$$D = 2.0 \times 10^{-2} \text{m}$$

[illegible]

30									0.451
35									
40									0.231
45									
50									
55									

3. 以温度 T 为横坐标, η 为纵坐标, 画图表示出 η 随温度的变化关系。
4. 求出待测液体在常温下的粘度并和实验室给出结果比较, 并计算相对误差。

六、注意事项

1. 通电前, 应保证水位指示在水位上限; 若水位指示低于水位下限, 严禁开启电源, 必须先用漏斗加水。
2. 温度间隔不能太大, 加热液体不能超过 60 摄氏度。
3. 应让球沿圆筒中心轴线下落, 在球下落过程中应保持竖直状态。
4. 用磁铁将小球吸引至样品管口, 由于液体受到扰动, 处于不稳定状态, 应稍待片刻再将球投下, 进行测量。

七、预习思考题

1. 什么是粘滞现象? 液体的粘滞系数与哪些因素有关?
2. 若有两个密度不同的球, 试说明如何利用本实验装置测量液体的密度? 并推导出计算公式。

八、分析讨论题

1. 如果落球过程中球未保持竖直状态, 结果将如何变化?
2. 温度变化时, 液体的密度会变化吗? 如果变化则对测量结果有何影响?

九、附录 小球在达到平衡速度之前所经路程 L 的推导

由牛顿运动定律及粘滞阻力的表达式, 可列出小球在达到平衡速度之前的运动方程:

$$\frac{1}{6} \pi d^3 \rho \frac{dv}{dt} = \frac{1}{6} \pi d^3 (\rho - \rho_0) g - 3\pi \eta d v \quad (1)$$

经整理后得：

$$\frac{dv}{dt} + \frac{18\eta}{d^2\rho}v = (1 - \frac{\rho_0}{\rho})g \quad (2)$$

这是一个一阶线性微分方程，其通解为：

$$v = (1 - \frac{\rho_0}{\rho})g \cdot \frac{d^2\rho}{18\eta} + Ce^{-\frac{18\eta}{d^2\rho}t} \quad (3)$$

设小球以零初速放入液体中，代入初始条件（ $t=0, v=0$ ），定出常数 C 并整理后得：

$$v = \frac{d^2g}{18\eta}(\rho - \rho_0) \cdot (1 - e^{-\frac{18\eta}{d^2\rho}t}) \quad (4)$$

随着时间增大，（4）式中的负指数项迅速趋近于 0，由此得平衡速度：

$$v_0 = \frac{d^2g}{18\eta}(\rho - \rho_0) \quad (5)$$

（5）式与正文中的（3）式是等价的，平衡速度与粘度成反比。设从速度为 0 到速度达到平衡速度的 99.9% 这段时间为平衡时间 t_0 ，即令：

$$e^{-\frac{18\eta}{d^2\rho}t_0} = 0.001 \quad (6)$$

由（6）式可计算平衡时间。

若钢球直径为 10^{-3}m ，代入钢球的密度 ρ ，蓖麻油的密度 ρ_0 及 40°C 时蓖麻油的粘度 $\eta = 0.231 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，可得此时的平衡速度约为 $v_0 = 0.016 \text{ m/s}$ ，平衡时间约为 $t_0 = 0.013 \text{ s}$ 。

平衡距离 L 小于平衡速度与平衡时间的乘积，在我们的实验条件下，小于 1mm ，基本可认为小球进入液体后就达到了平衡速度。